

ĐÁP SỐ ĐỀ THI CUỐI KỲ HỌC KỲ II NĂM HỌC 2024-2025

Câu	Nội dung	Điểm
I-1 (1.0)	$A_D = \int_k^0 (kx - x^2) dx$ $= -\frac{k^3}{6} = 36 \Leftrightarrow k = -6.$	0,5 0,5
I-2 (1.0)	$V = 2\pi \int_{-1}^0 (-x)(-x - x^2) dx$ $= 2\pi \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} \right) \Big _{-1}^0 = \frac{1}{6}\pi$	0,5 0,5
II (1.0)	$A = 4 \times \frac{1}{2} \times \left(\int_0^{\frac{\pi}{3}} (1^2 - (2 - 2 \cos \theta)^2) d\theta \right)$ $= 2 \times \left(\int_0^{\frac{\pi}{3}} (8 \cos \theta - 4 \cos^2 \theta - 3) d\theta \right)$ $= 2 \times (-5\theta + 8 \sin \theta - \sin(2\theta)) \Big _0^{\frac{\pi}{3}}$	0,5 0,5
III-1 (1.5)	$f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{x}{x^2+4},$ $\int f(x) dx = \ln \left \frac{x-1}{\sqrt{x^2+4}} \right + C,$ $\int_2^\infty f(x) dx = \lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left \frac{x-1}{\sqrt{x^2+4}} \right - \ln \left(\frac{1}{\sqrt{8}} \right) = \frac{3}{2} \ln 2.$	0,5 0,5 0,5
III-2 (1.0)	Thừa số tích phân $I(x) = e^{\int \frac{2x dx}{x^2+1}} = e^{\ln(x^2+1)} = x^2 + 1.$ Nghiệm tổng quát $y = (x^2 + 1)^{-1} [x^2 + C].$ $y(0) = 4$ suy ra $C = 4$	0,25 0,5 0,25
IV-1 (1.0)	Ta có $S = \sum_{k=2}^\infty \left[\left(\frac{1}{3} \right)^{k-1} + \left(\frac{2}{3} \right)^k \right]$ $= \frac{1/3}{1-1/3} + \frac{4/9}{1-2/3} = \frac{1}{2} + \frac{4}{3}$	0,5 0,5

VI-2 (1.5)	Đặt $A_k = \frac{1}{(k+3)5^k} (x-2)^k, \forall k \geq 1$ $L = \lim_{k \rightarrow \infty} \left \frac{A_{k+1}}{A_k} \right = \frac{ x-2 }{5}$ Chuỗi lũy thừa hội tụ nếu $L < 1 \Leftrightarrow -3 < x < 7$ (hoặc trình bày bán kính hội tụ $R=5$) Tại $x = -3$: chuỗi số $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k+3}$ hội tụ theo tiêu chuẩn Leibniz Tại $x = 7$: chuỗi số $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k+3}$ phân kỳ theo tiêu chuẩn so sánh giới hạn Vậy miền hội tụ là $[-3;7)$	0,5 0,25 0,25
IV.3 1.0đ	$\sin(x^2) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(x^2)^{2k+1}}{(2k+1)!} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{4k+2}}{(2k+1)!}$ hay ở dạng khai triển $\sin(x^2) = x^2 - \frac{x^6}{6} + \frac{x^{10}}{120} - \dots$ Vậy với ba số hạng khác không đầu tiên, $\sin(0.9^2) \approx 0.9^2 - \frac{0.9^6}{6} + \frac{0.9^{10}}{120} \approx 0.72433.$	0.5 0.5
V (1.0)	$\text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{v} = \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}} \mathbf{u} = \frac{4m+4}{50} \mathbf{u} = \frac{2m+2}{25} \mathbf{u}.$ Vậy, $\ \text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{v}\ = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \left \frac{2m+2}{25} \right \ \mathbf{u}\ = 2\sqrt{2}.$ Do $\ \mathbf{u}\ = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ nên ta cần có $m+1 = 5$ hay $m = 4$ hoặc $m = -6.$	0,5 0,5